

CONTROL DE VELOCIDAD DE MOTORES BRUSHLESS APLICADO A UN ROBOT OMNIDIRECCIONAL

BRUSHLESS MOTOR SPEED CONTROL APPLIED TO AN OMNIDIRECTIONAL ROBOT

Edson Branisley Amaguaña Moreta^{1*}

¹ Investigador independiente, Ingeniería en Electrónica y Automatización. Ecuador. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7595-929X>. Correo: edsonmoreta2000@gmail.com

Katherine Estefania Pilapanta Carrasco²

² Investigador independiente, Ingeniería en Electrónica y Automatización. Ecuador. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5149-5950>. Correo: kathyestefania98@hotmail.com

Bryan Fabricio Laica Tulmo³

³ Investigador independiente, Ingeniería en Electrónica y Automatización. Ecuador. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7888-768X>. Correo: fabriciolaica@gmail.com

Diego Ramiro Ñacato Estrella⁴

⁴ Ingeniero en Electrónica control y redes industriales. Magister en Sistemas de Control y Automatización Industrial. Escuela Superior Politécnica de Chimborazo. Ecuador. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7233-9076>. Correo: diego.nacato@esepoch.edu.ec

* Autor para correspondencia: diego.nacato@esepoch.edu.ec

Resumen

El presente artículo aborda el control de velocidad de un motor brushless distribuido en 3 etapas: modelado, ecuaciones y simulación. En la etapa de modelado: se aprecian las ecuaciones que rigen a los motores brushless (mecánicamente y eléctricamente), en el cual estas se unen para formar un modelado completo. En la etapa de las ecuaciones: a través de espacios de estados se modela matemáticamente el funcionamiento de la velocidad y como varía esa velocidad en los motores brushless. En la etapa de la simulación, usando el SW de simulink se obtuvo las gráficas requeridas y asimismo los controles que se usó son p - pi - pid, en este caso se obtuvo la función de transferencia del motor brushless usando el método Zielger – Nicholls obteniendo los valores k_i k_p y k_d , que son valores que se deben tomar en cuenta para el control pid, conjuntamente por medio de los diagramas de bloques se realizó la implementación de la función de transferencia en lazo abierto y en

lazo cerrado p pi pid; finalmente por medio del scope se pudo comprobar que el mejor control de velocidad para los motores brushless es el control pid (estabiliza el sistema rápido y no tiene muchas oscilaciones).

Palabras clave: Mobile robotics, brushless motors, controllers, actuators.

Abstract

This article deals with the speed control of a distributed brushless motor in 3 stages: modeling, equations and simulation. In the modeling stage: the equations that govern brushless motors (mechanically and electrically) are appreciated, in which these are united to form a complete modeling. In the equations stage: through state spaces, the operation of the speed and how this speed varies in brushless motors is mathematically modeled. In the simulation stage, using the simulink SW the required graphs were obtained and also the controls that were used are p - pi - pid, in this case the transfer function of the brushless motor was obtained using the Zielger - Nicholls method obtaining the values k_i k_p and k_d , which are values that must be taken into account for the pid control, together by means of the block diagrams the implementation of the transfer function in open loop and closed loop p pi pid was carried out; finally by means of the scope it was possible to verify that the best speed control for brushless motors is the pid control (it stabilizes the system fast and does not have many oscillations).

Keywords: Mobile robotics, brushless motors, controllers, actuators.

Fecha de recibido: 04/12/2022

Fecha de aceptado: 31/01/2023

Fecha de publicado: 01/02/2023

Introducción

El auge intelectual y las continuas investigaciones en el campo de la robótica han permitido el estudio de aplicaciones más eficientes para el control coordinado de robots móviles (Velasco-Villa et al., 2014) en la ejecución de tareas específicas en áreas de vigilancia, mapeo, rescate, exploración planetaria entre otros (Roberti et al., 2011).

El control de robots móviles se cataloga dentro de los sistemas no-holónimos, donde la velocidad dentro del eje de coordenadas generalizadas del robot representa una restricción no integrable (Murray & Sastry, 1993), debido a la cinemática de los mecanismos de accionamientos que limitan las velocidades instantáneas que puede alcanzarse (Kolmanovsky & McClamroch, 1995).

Mediante leyes de control diferenciales se puede efectuar las tareas de seguimiento de trayectoria en sistema no-holonómicos (Su & Stepanenko, 1995) que consideran la variabilidad en el tiempo y proporciona perfiles de velocidad angular requeridos para al alcanzar la trayectoria deseada (Divelbiss & Wen, 1997).

La mayoría de diseños de controladores consideran la dinámica y cinemática del robot únicamente, no obstante es necesario el estudio de controladores a partir de la dinámica de los actuadores (Sáenz et al., 2016). Los principales retos del control en los robots móviles giran en torno a la regulación a un punto de equilibrio, posicionamiento, evasión de obstáculos, seguimiento y planificación de trayectorias (Silva-Ortigoza et al., 2008).

Entre los actuadores presentes en la robótica móvil se encuentran los motores sin escobillas (Numan et al., 2016), los cuales presentan mayor confiabilidad, vida útil, eficiencia energética y menor ruido con respecto a los motores de corriente directa convencionales (Villarreal Giraldo).

Tipos de controladores para la velocidad en los actuadores

A. Control lineal por retroalimentación

Se parte del análisis de la dinámica del motor de corriente continua con inductancias despreciables en las ruedas, que mediante ecuaciones que describen el comportamiento del motor que según (Kelly & Santibánes, 2003) y la obtención del modelo dinámico del robot móvil omnidireccional se obtiene la siguiente expresión que comprende tanto parámetros del motor como del robot:

$$\frac{k_a}{R_a} E^T u = \bar{M}_v \dot{\eta} + \bar{C}_v \eta + E^T \bar{f}_m$$

Donde:

$$\bar{M}_v = J_m r_e E^T E + \frac{1}{r_e} \bar{M}$$

$$\bar{C}_v = \frac{k_a}{R_a} k_b r_e E^T E + \frac{1}{r_e} \bar{C}$$

El control propuesto se representa esquemáticamente en la figura 1, cuyas ecuaciones que describen su comportamiento van en relación con la velocidad y aceleración deseada tal como se muestra a continuación:

$$u = \frac{k_a}{R_a} (E^T)^{-1} (\bar{M}_v \bar{u} + \bar{C}_v \eta + E^T \bar{f}_m)$$

$$\bar{u} = \dot{\eta}^* - \Lambda e_{rr}; \quad e_{rr} = \eta - \eta^*$$

Donde:

$\Lambda \in \mathcal{R}^{3 \times 3}$ cuyos elementos son ganancias para c, x, y, θ .

Su análisis en lazo cerrado se tiene la siguiente expresión que permite concluir la estabilidad exponencial del sistema:

$$e_{rr} = e^{-\Lambda t} e_{rr}(0); \quad e^{-\Lambda t} = \text{diag}\{e^{-\lambda_i t}\}$$

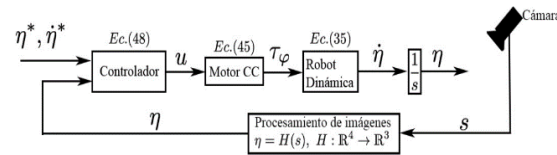


Figura 1: Esquema de control en lazo cerrado con linealización entrada-salida.

El control permite únicamente una retroalimentación de la velocidad lineal y rotacional del robot con la ventaja de prescindir de drivers en lazo cerrado para los motores.

B. Control proporcional integral (PI)

Basa su diseño en una reducción de un sistema lineal de segundo orden a un sistema lineal de primer orden (Kozłowski & Majchrzak, 2002), es decir de un modelo de robot de tensión a posición angular a un modelo de tensión a velocidad angular mediante una función de transferencia. Para lo cual se debe aplicar la transformada de Laplace del modelo del motor (Silva-Ortigoza et al., 2013).

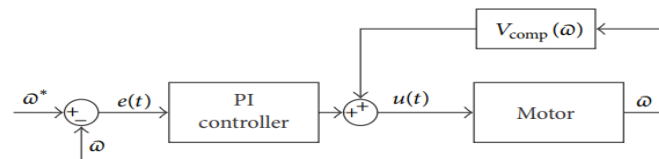


Figura 2: Esquema de control de un robot móvil con controlador PI.

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{nk_m}{(J_s + b)(Ls + R)(n^2k_e k_m)}$$

Donde:

$$K = \frac{nk_m}{(bR + n^2k_e k_m)} ; \tau = \frac{JR}{(bR + n^2k_e k_m)}$$

Se asume que el sistema presenta un motor de corriente directa cuya salida es la velocidad angular, y se presenta la siguiente expresión:

$$\omega(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \frac{A}{s} \therefore \omega(t) = KA(1 - e^{-t/\tau})$$

Sabiendo que los motores están unidos mecánicamente a las ruedas de los motores las velocidades angulares deben seguir una trayectoria de velocidad deseada siendo necesario un controlador PI con un compensador de fricción, surgiendo así la siguiente expresión;

$$u = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + V_{cmp}(\varpi)$$

C. Control proporcional integral derivativo (PID)

El control del robot móvil está sujeto al modelo cinemático enfocado en generar los perfiles de velocidad deseado para los motores mediante una linealización entrada-salida. El control del actuador es el tipo PID que se encarga de seguir las velocidades impuestas por el control del robot (Bricaire et al., 2002).

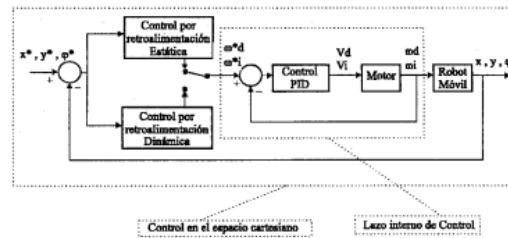


Figura 3: Esquema general de control para un robot móvil con controlador PID.

Los errores de seguimiento (Orman et al., 2016) para las velocidades angulares se definen mediante las ecuaciones:

$$e_d = \omega_d - \omega_d^*, e_i = \omega_i - \omega_i^*$$

Por lo que los autores proponen el siguiente modelo matemático:

$$V_k(t) = K_{pk} e_k(t) + K_{ik} \int_0^t e_k(t) dt + K_{dk} \frac{de_k(t)}{dt}$$

Se considera la respuesta al escalón de los motores para sintonización de parámetros a través del método de Ziegler-Nichols.

Los resultados experimentales obtenidos con el controlador PID son altamente satisfactorios ya que alcanza la trayectoria deseada bajo los parámetros establecidos durante el diseño.

D. Control basado en lógica difusa

Un robot móvil representa un sistema dinámico no lineal del tipo MIMO incierto, sujeto a incertidumbres estructuradas y no estructurada (Campion et al., 1996). La lógica difusa proporciona capacidades de razonamiento humano para responder a la incertidumbre que ni pueden resolverse a través de modelos matemáticos.

Para el diseño del controlador se parte de las entradas de control de velocidad, donde el sistema cinemático permita que el error de posición sea asintóticamente estable y así deducir el método adecuado para que las velocidades del robot móvil converjan asintóticamente a las entradas de velocidad dadas (Das & Kar, 2006).

El error de seguimiento se expresa en relación con el marco de coordenadas local fijado en el robot móvil (Chen et al., 2012) con la siguiente expresión:

$$E_p = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La tasa de error se define como:

$$\dot{E}_p = \begin{bmatrix} \omega e_2 - v_1 - v_r \cos e_3 \\ -\omega e_1 + v_r \cos e_3 \\ \omega_r - \omega \end{bmatrix}$$

Para diseñar la entrada de tensión del actuador y generar las velocidades deseadas el error de seguimiento de la velocidad auxiliar se define como:

$$e_c = v_c - v$$

donde la función no lineal importante del robot móvil es:

$$f(x) = \bar{M}\dot{v}_c + \bar{V}_m v_c$$

Utilizado el control difuso en la expresión anterior se tiene:

$$f(x) = R(v_c, \dot{v}_c)\Theta$$

La función $f(x)$ contiene todos los parámetros del robot móvil, como la masa, el momento de inercia, etc. Estas cantidades suelen conocerse de forma imperfecta y son difíciles de determinar.

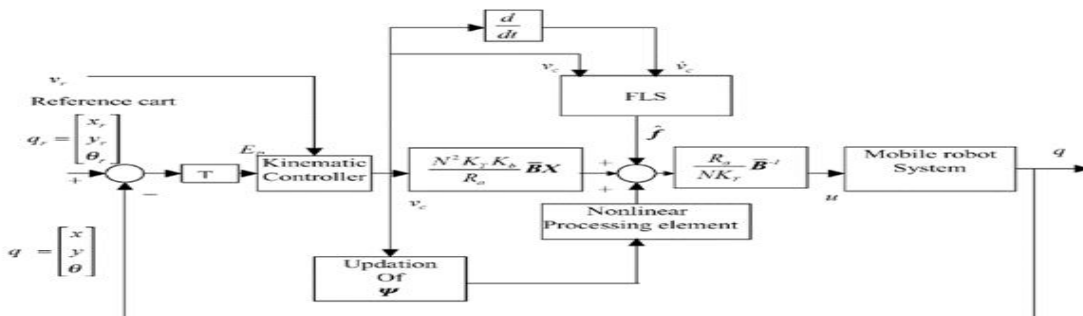


Figura 4: Esquema generalizado de control difuso en los actuadores del robot móvil.

El controlador propuesto, sólo requieren mediciones de posición. La estabilidad y el límite de error se demuestran utilizando la teoría de estabilidad de Lyapunov, donde los resultados experimentales y de simulación son válidos.

E. Control mediante redes neuronales

El robot móvil con ruedas es un objeto inteligente ya que puede recopilar la información ambiental circundante a partir de la retroalimentación constante de los sensores, emite instrucciones de movimiento y

se guía para moverse rápidamente hacia el destino con alta precisión de seguimiento de trayectoria (Chen et al., 2009).

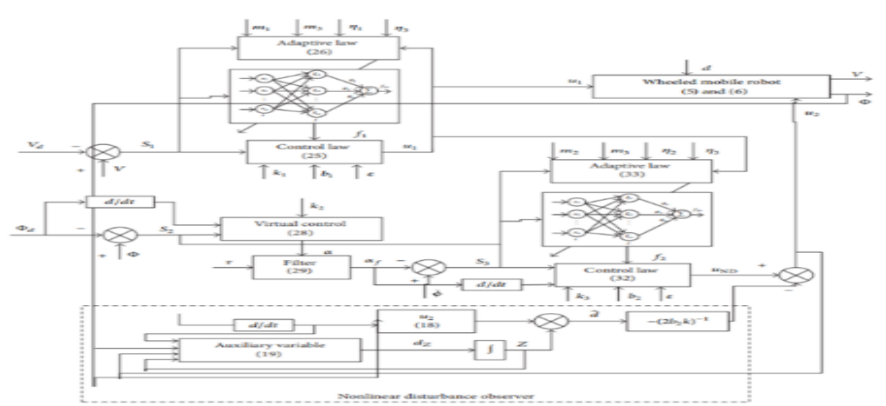


Figura 5: Esquema general de control basado en redes neuronales.

La figura 5, muestra la esquematización de un control neuronal RBF (Luo et al., 2014) cuya expresión se denota de la siguiente manera:

$$f_m(\theta, z) = \theta^T \xi(z)$$

Donde z es el vector de entrada de red neuronal, y la función gaussiana puede formularse como:

$$\xi_i = \exp\left[-\frac{|z - \mu_i|^2}{\sigma_i^2}\right]$$

$$\xi_i = \exp\left[-\frac{(z - \mu_i)^T (z - \mu_i)}{\sigma_i^2}\right], \quad i = 1, 2, 3 \dots l,$$

El algoritmo DSC de red neuronal adaptativa basado en un observador de perturbaciones para un sistema de robot móvil no lineal incierto supera las deficiencias del DSC convencional y garantiza la convergencia del error de seguimiento y la limitación de todas las señales de lazo cerrado.

Materiales y métodos

I. MOTORES BRUSHLESS

En esta sección se muestra el modelo matemático del motor de CD sin escobillas, este es el modelo trifásico también llamado el modelo abc, que se obtiene mediante el circuito equivalente del motor de CD sin

escobillas. El modelo del motor de corriente directa sin escobillas se puede dividir en su parte mecánica y eléctrica, presentado a continuación.

A. Parte mecánica del modelo trifásico del motor.

El modelo dinámico de la parte mecánica del motor con carga pendular está dado por:

$$M\ddot{q} = B\dot{q} + N\sin(q) = \tau$$

donde, M es una constante positiva relacionada a la inercia mecánica del sistema (incluida la inercia del motor), N es una constante positiva relacionada con la masa de la carga y el coeficiente de gravedad y B es un coeficiente positivo de la fricción viscosa y τ representa el torque electromecánico.

B. Parte eléctrica del modelo trifásico del motor.

El circuito equivalente del motor se muestra en la figura 5. Por construcción los devanados tienen la misma resistencia representada por r_s , las corrientes de los devanados son dadas por $i_a, i_b, e i_c$, y los voltajes para cada fase del estator están dados por V_a, V_b y V_c , los subíndices a, b y c se usa para referirse a cada uno de los devanados. Las ecuaciones del motor se deducen bajo las siguientes suposiciones.

- La distribución espacial de los devanados por fase del estator se asume que es sinusoidal, por lo tanto, la fuerza magnetomotriz producida por el estator se considera sinusoidal.
- No existe ningún efecto térmico sobre las resistencias del estator ni sobre el imán permanente.
- El material magnético se supone lineal, es decir, que no existe efecto de saturación.
- No existen pérdidas en el entre hierro de la máquina.

Con estas suposiciones es posible obtener las ecuaciones del voltaje para los devanados del estator. En la representación matricial de las ecuaciones, el subíndice s hace referencia al estator y la ecuación de los voltajes trifásicos del motor es dada por:

$$V_{abcs} = R_s I_{abcs} + \frac{d}{dt} \lambda_{abcs}$$

donde, el vector V_{abcs} es el voltaje del estator por fase, R_s es la matriz de resistencias de las bobinas del estator, I_{abcs} es el vector de corrientes por fase del estator, y λ_{abcs} es el vector del flujo concatenado del estator, definidos explícitamente como:

$$V_{abcs} = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix}$$

$$i_{abcs} = \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}$$

$$\lambda_{abcs} = \begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix}$$

El flujo concatenado del estator es creado por el mismo flujo del estator y por el flujo de los imanes permanentes del rotor, por este motivo existen dos subíndices: r referente al rotor y s al estator. El flujo concatenado creado por el estator se obtiene de la matriz de inductancias de las bobinas del estator y el vector corriente del estator, además el flujo concatenado creado por el rotor se obtiene de un vector que contempla el ángulo eléctrico del rotor (θ_r) y la amplitud del flujo vista desde el estator, que es creada por los imanes del rotor. La ecuación que define el flujo concatenado del motor está dada por la siguiente ecuación, definida bajo la suma del flujo concatenado del estator y del rotor.

$$\lambda_{abcs} = \lambda_{abcs(s)} + \lambda_{abcs(r)}$$

Donde:

$$\lambda_{abcs(s)} = \begin{bmatrix} L_{aas} & L_{abs} & L_{acs} \\ L_{bas} & L_{bbs} & L_{bcs} \\ L_{cas} & L_{cbs} & L_{ccs} \end{bmatrix} i_{abcs}$$

$$\lambda_{abcs(r)} = \begin{bmatrix} \sin(\theta_r) \\ \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$

Por medio de la siguiente ecuación se permite el cálculo de las autoinductancias e inductancias de los devanados del estator y del rotor respectivamente, donde las inductancias son dadas en función de la posición del rotor o ángulo eléctrico del rotor (θ_r).

$$L_{aas} = L_{is} + L_A - L_B \cos(2\theta_r)$$

$$L_{bbs} = L_{is} + L_A - L_B \cos\left(2\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$L_{ccs} = L_{is} + L_A - L_B \cos\left(2\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$L_{abs} = L_{bas} = -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos\left(2\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$L_{acs} = L_{cas} = -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos\left(2\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$L_{bcs} = L_{cbs} = -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos(2\theta_r)$$

donde L_{is} es la inductancia de dispersión, es decir son las líneas de flujo que se cierran sin pasar por otro devanado, también consideradas pérdidas de flujo. De manera similar se realiza el mismo procedimiento para cada una de las tres fases del estator. La señal θ_r es el ángulo eléctrico del rotor o ángulo mecánico, siempre

y cuando el número de polos sea el mismo. Los términos L_A y L_B son las inductancias de los devanados, dadas por:

$$L_A = \left(\frac{N_s}{S}\right)^2 \pi \mu_0 r l \varepsilon_1$$

$$L_B = \frac{1}{2} \left(\frac{N_s}{S}\right)^2 \pi \mu_0 r l \varepsilon_2$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{g_{min}} + \frac{1}{g_{max}} \right)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{g_{min}} - \frac{1}{g_{max}} \right)$$

N_s es el número de vueltas en las bobinas, r es el radio del devanado desde el centro hasta la circunferencia interior del estator, l es la longitud axial del entre hierro del devanado, μ_0 corresponde a la permeabilidad del aire, g_{min} y g_{max} son el grosor máximo y mínimo del entre hierro, respectivamente. De acuerdo con (2) y sustituyendo los términos correspondientes, se obtiene la siguiente ecuación matricial del modelo del motor:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{aas} & L_{abs} & L_{acs} \\ L_{bas} & L_{bbs} & L_{bcs} \\ L_{cas} & L_{cbs} & L_{ccs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + \lambda_m \begin{bmatrix} \sin(\theta_r) \\ \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$

Sin embargo, este sistema cuenta con algunas dificultades para su uso como el sistema de ecuaciones diferenciales es no lineal, y existen términos que dependen del ángulo θ_r . Para poder resolver estos problemas es posible transformar el sistema y obtener un modelo del motor, que será representado por ecuaciones más sencillas de analizar y de tratar. Para lograr el objetivo se requiere usar dos transformaciones matriciales de llamadas transformada de Clark y transformada de Park, obteniendo como resultado el modelo de ecuaciones transformadas y simplificadas a 2 fases, conocido como modelo $d - q$.

C. Modelo $d - q$ del motor brushless

El modelo del motor Brushless mostrado a continuación asume que el circuito magnético es lineal, los devanados del motor se encuentran conectados en estrella, y el eje del motor se encuentra ensamblado a un brazo robótico de un solo enlace. El modelo del motor Brushless procedente de la simplificación del sistema de ecuaciones trifásicas abc es conocido como: modelo transformado $d - q$, en donde se simplifica las 3 ecuaciones eléctricas del modelo trifásico abc, a un modelo compuesto por una ecuación que representa la parte mecánica del motor y dos más que representan la parte eléctrica del motor (Cornelio et al., 2021). El modelo $d - q$ es representado por las siguientes ecuaciones, en donde con un abuso de la notación, el subíndice “a” refiere a la fase “b” y el subíndice “b” refiere a la fase “q” resultantes de las transformaciones de Park y Clarke. Específicamente, el modelo $d - q$ del Motor Brushless es dado por:

$$M_{\dot{q}} + B_{\dot{q}} + N \sin(q) = (K_b I_b + 1) I_a$$

$$\begin{aligned} L_a \dot{I}_a &= R I_a - n_p L_b I_b \dot{q} - K_{\tau 2} \dot{q} + V_a \\ L_b \dot{I}_b &= -R I_b + n_p L_a I_a \dot{q} + V_b \end{aligned}$$

donde $K_{\tau 2}$ y K_b son dos constantes positivas de transmisión de torque, M es una constante positiva relacionada a la inercial mecánica del sistema (incluida la inercia del motor), N es una constante positiva relacionada con la masa de la carga y el coeficiente de gravedad y B es un coeficiente positivo de la fricción viscosa. Los subíndices a y b hacen referencia a los ejes de cuadratura (o bien, a los ejes de cuadratura $d - q$). Los parámetros y variables del motor se definen de la siguiente manera: L_a y L_b representa las inductancias de los devanados ya transformadas, R es una constante positiva de resistencia en los devanados, n_p es el número de pares de polos de imanes permanentes en el rotor, $q(t)$, $\dot{q}(t)$, y $\ddot{q}(t)$, representan la posición, velocidad y aceleración respectivamente, $I_a(t)$ e $I_b(t)$ representan las corrientes transformadas en los devanados. Finalmente, $V_a(t)$ y $V_b(t)$ simbolizan los voltajes en los devanados ya transformados (Mar, 2019).

D. Diseño del controlador PID

Para la implementación del sistema de control, se debe tener en condiseración que el modelo matemático de un motor Brushless, no es se diferencia mucho del modelo tradicional del motor DC; aquella diferencia radica en la implementación de las fases del motor. Dichas fases perjudican la resistividad e inductividad del modelado sin escobillas. Especialmente afectan a las constantes eléctricas y mecánicas del sistema que son muy importantes para el modelado del motor. Para la constante de tiempo mecánica del sistema tenemos que:

$$\tau_e = \sum \frac{L}{R} = \frac{L}{\sum R}$$

Donde L es la inductancia de las fases y R su resistencia. Sin embargo, al tener una configuración simétrica y trifásica, las constantes mecánicas y eléctricas quedarían así:

$$\begin{aligned} \tau_m &= \frac{J(3R)}{K_e K_t} \\ \tau_e &= \frac{L}{3R} \end{aligned}$$

Considerando los efectos de fase, tenemos que:

$$\tau_m = \frac{3R_o J}{(K_{e(L-L)}/\sqrt{3})K_t}$$

Por lo tanto:

$$\tau_m = \frac{3R_o J}{K_e K_t}$$

Donde:

$$K_e = K_{e(L-L)}/\sqrt{3}$$

Existe también la relación entre esta constante de voltaje Back EMF y la constante de torque K_t , la cual es:

$$K_e = K_t \cdot 0.0605$$

Teniendo en cuenta todo lo anterior, se tiene que la función de transferencia que modela todos los parámetros, tanto eléctricos como mecánicos, del motor Brushless DC es:

$$G(s) = \frac{1}{\tau_m \tau_e s^2 + \tau_m s + 1}$$

El motor Brushless DC que se ha usado es el Motor N2311A012 de marca Pittman Express. Los parámetros usados se han tomado de la Hoja de especificaciones respectiva, y se presentan en la Figura 6.

El modelo matemático del motor Brushless es expresado basándonos en los parámetros de la Figura 6, obteniendo la siguiente función de transferencia que describe al sistema.

$$G(s) = \frac{1}{\frac{0.0305}{(1.85m)(13.5m)s^2 + (13.5m)s + 1}}$$

$$G(s) = \frac{32.79}{25\mu s^2 + 0.0135s + 1}$$

Parámetro	Símbolo	Unidades	Valor
Voltaje de Referencia	E	V	24
Velocidad Sin Carga	SNL	rpm (rad/s)	7.353 (770)
Torque Continuo Máximo	T _c	oz-in (N-m)	16 (1.1E-01)
Torque Pico	T _{pk}	oz-in (N-m)	32 (2.3E-01)
Peso	WM	oz (g)	13 (354)
Torque Constante	K _T	oz-in/A (N-m/A)	4.32 (3.05E-02)
Constante Back – EMF	K _E	V/Krpm (V/rad/s)	3.20 (3.05E-02)
Resistencia	R _T	Ω	1.05
Inductancia	L	mH	1.95
Corriente sin Carga	I _{NL}	A	0.10
Corriente pico	I _p	A	7.5
Constante del Motor	K _M	oz-in/W (N-m/W)	3.50 (2.47E-02)
Fricción de Torque	T _F	oz-in (N-m)	0.80 (5.60E-03)
Inercia del Rotor	J _M	oz-in-s ² (Kg-m ²)	1.2E-03 (8.5E-06)
Constante de Tiempo eléctrica	t _e	ms	1.85
Constante de tiempo mecánica	t _m	ms	13.5
Temperatura máxima (devanado)	T _{máx}	°F (°C)	266 (130)
Impedancia Térmica	R _{TH}	°F/watt (°C/watt)	41 (49)
Constante de Tiempo Térmica	t _T	min	13.0

Figura 6: Parámetros del Motor Brushless Pittman N2311A012

Basado en el método de Zielger – Nicholls, tenemos que los parámetros del controlador se expresan de la siguiente manera:

Tabla 1: Parámetros del Motor Brushless Pittman N2311A012

Tipo PID	K_p	$T_l = \frac{K_p}{K_l}$	$T_D = \frac{K_D}{K_p}$
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9 \times \frac{T}{L}$	$\frac{l}{0.3}$	0
PID	$12 \times \frac{T}{L}$	$2 \times L$	$0.5 \times L$

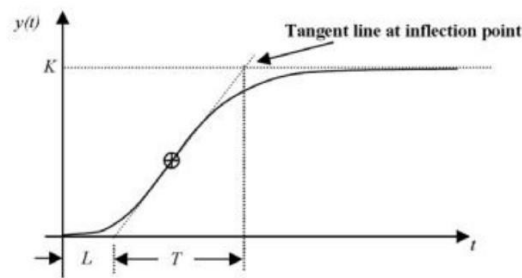


Figura 7: Sintonización de parámetros según Ziegler – Nicholls

De la figura anterior, el objetivo es evaluar los parámetros necesarios para la sintonización según el método de Ziegler – Nicholls.

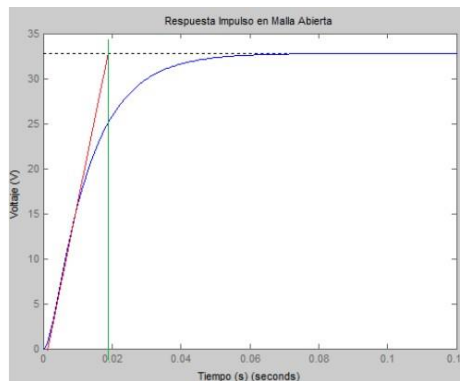


Figura 8: Parámetros de la respuesta del motor en malla abierta

De acuerdo con la respuesta paso en malla abierta tenemos que: $L = 2.83 \cdot 10^{-3}$, $T = 18 \cdot 10^{-3}$, $K = 32.78$. De acuerdo con los resultados obtenidos anteriormente, tenemos la siguiente tabla con cada uno de los parámetros según el controlador deseado.

Tabla 2: Parámetros hallados del controlador usando método Ziegler - Nicholls

Tipo PID	K_p	$T_l = \frac{K_p}{K_l}$	$T_D = \frac{K_D}{K_p}$
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9 \times \frac{T}{L}$	$\frac{l}{0.3}$	0
PID	$12 \times \frac{T}{L}$	$2 \times L$	$0.5 \times L$

P	6.36	∞	0
PI	5.72	0.0094	0
PID	7.63	0.00566	0.00142

Resultados y discusión

Teniendo en cuenta la Figura 9, los resultados se realizaron por medio de MATLAB y Simulink, herramientas que modelan el comportamiento del sistema, obteniendo así las siguientes gráficas:

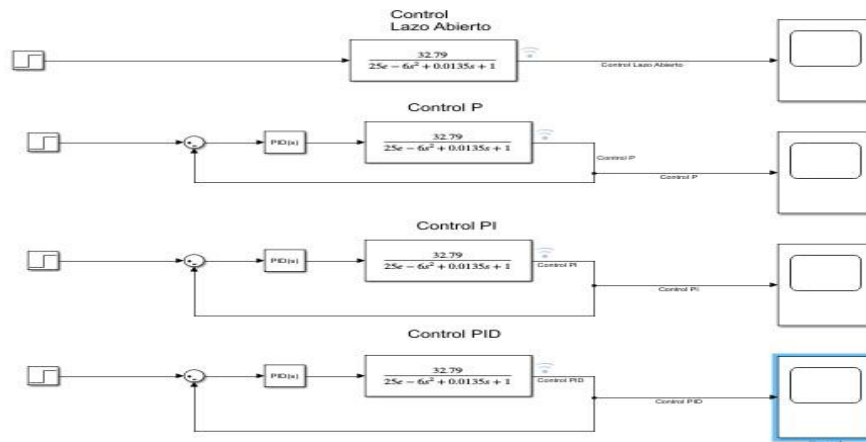


Figura 9: Diagrama de bloques del motor brushless en Simulink

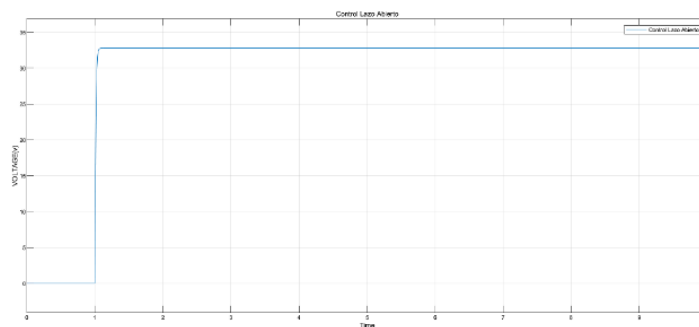


Figura 10: Respuesta al control en lazo abierto

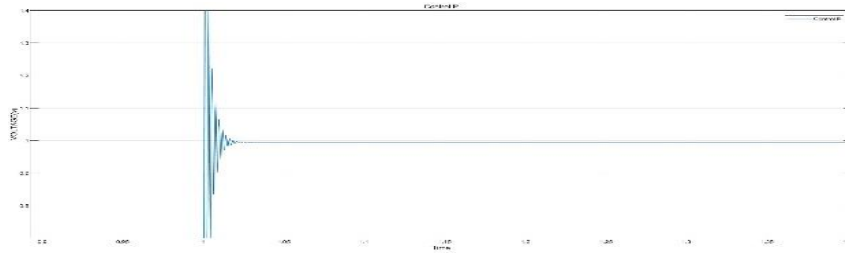


Figura 11: Respuesta al control proporcional P

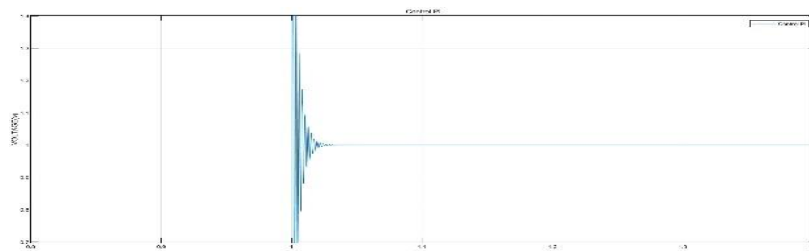


Figura 12: Respuesta al control proporcional integral PI

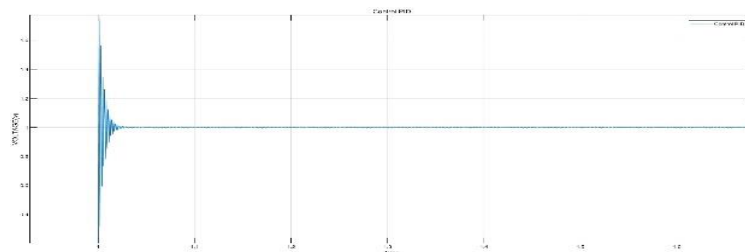


Figura 13: Respuesta al control proporcional integral derivativo PID

Conclusiones

El modelado matemático que rigen los motores brushless no es muy diferente de un motor convencional de corriente continua CC, lo único que les diferencia es la parte mecánica y eléctrica. 7

El control pi pid son bastante similares, pero en el control pid el estado estacionario en donde se estabiliza empieza a oscilar llegando así a la conclusión que el control pi es mucho mejor implementarlo para este tipo de motores.

Referencias

- Bricaire, E. A., Jiménez, T. S., & Villa, M. V. (2002). Control no lineal discontinuo de un robot móvil. *Computación y Sistemas(E)*, 42-49. <https://www.redalyc.org/pdf/615/61509907.pdf>
- Campion, G., Bastin, G., & Dandrea-Novel, B. (1996). Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots. *IEEE transactions on robotics and automation*, 12(1), 47-62. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/481750/>
- Cornelio, O., Gulín González, J., & Santana Ching, I. (2021). Sistema de Laboratorios Remoto para las prácticas de control de la carrera de Ingeniería en Automática. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*, 15(2), 77-95.
- Chen, C.-Y., Li, T.-H. S., Yeh, Y.-C., & Chang, C.-C. (2009). Design and implementation of an adaptive sliding-mode dynamic controller for wheeled mobile robots. *Mechatronics*, 19(2), 156-166. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095741580800144X>
- Chen, Q., Ren, X., & Oliver, J. A. (2012). Identifier-based adaptive neural dynamic surface control for uncertain DC–DC buck converter system with input constraint. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 17(4), 1871-1883. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1007570411004631>
- Das, T., & Kar, I. N. (2006). Design and implementation of an adaptive fuzzy logic-based controller for wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Control systems technology*, 14(3), 501-510. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/1624474/>
- Divelbiss, A. W., & Wen, J. T. (1997). Trajectory tracking control of a car-trailer system. *IEEE Transactions on Control systems technology*, 5(3), 269-278. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/572125/>
- Kelly, R., & Santibánes, V. (2003). Control de movimiento de robots manipuladores.
- Kolmanovsky, I., & McClamroch, N. H. (1995). Developments in nonholonomic control problems. *IEEE Control systems magazine*, 15(6), 20-36. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/476384/>
- Kozłowski, K., & Majchrzak, J. (2002). A backstepping approach to control a nonholonomic mobile robot. Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 02CH37292),
- Luo, S., Wu, S., Liu, Z., & Guan, H. (2014). Wheeled mobile robot RBFNN dynamic surface control based on disturbance observer. *International Scholarly Research Notices*, 2014. <https://downloads.hindawi.com/archive/2014/634936.pdf>
- Mar, O. (2019). Modelo para la toma de decisiones sobre el control de acceso a las prácticas de laboratorios de Ingeniería de Control II en un sistema de laboratorios remoto. https://repositorio.uci.cu/jspui/bitstream/123456789/9378/1/Plantilla_Tesis_Doctoral_OmarMar_28_09_19_Carta_Times_v5.pdf
- Murray, R. M., & Sastry, S. S. (1993). Nonholonomic motion planning: Steering using sinusoids. *IEEE transactions on Automatic Control*, 38(5), 700-716. <https://authors.library.caltech.edu/7315/1/MURieeetac93.pdf>

- Numan, D., Rodrigo, A., & Esteban, C. (2016). A computer-simulated environment for modeling and dynamic-behavior-analysis of special brushless motors for mechatronic mobile robotics systems. *IFAC-PapersOnLine*, 49(29), 12-17. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896316324867>
- Orman, K., Basci, A., & Derdiyok, A. (2016). Speed and direction angle control of four wheel drive skid-steered mobile robot by using fractional order PI controller. *Elektronika ir Elektrotechnika*, 22(5), 14-19. <https://www.eejournal.ktu.lt/index.php/elt/article/view/16337/8110>
- Roberti, F., Toibero, J. M., Vassallo, R. F., & Carelli, R. (2011). Control estable de formación basado en visión omnidireccional para robots móviles no holonómicos. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 8(1), 29-37. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S169779121170005X/pdf?md5=716a3696a2b64c236946d40181f7aa50&pid=1-s2.0-S169779121170005X-main.pdf>
- Sáenz, A., Santibáñez, V., & Bugarin, E. (2016). Control de velocidad de un robot omnidireccional con dinámica de actuadores. *AMRob Journal, Robotics: Theory and Applications*, 4, 1-6.
- Silva-Ortigoza, R., Márquez-Sánchez, C., Marcelino-Aranda, M., Marciano-Melchor, M., Silva-Ortigoza, G., Bautista-Quintero, R., Ramos-Silvestre, E., Rivera-Díaz, J., & Muñoz-Carrillo, D. (2013). Construction of a WMR for trajectory tracking control: Experimental results. *The Scientific World Journal*, 2013. <https://www.hindawi.com/journals/tswj/2013/723645/>
- Silva-Ortigoza, R., Silva-Ortigoza, G., Hernández-Guzmán, V. M., Barrientos-Sotelo, V. R., Albarrán-Jiménez, J. M., & Silva-García, V. M. (2008). Trajectory tracking in a mobile robot without using velocity measurements for control of wheels. *IEEE Latin America Transactions*, 6(7), 598-607. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/4917431/>
- Su, C.-Y., & Stepanenko, Y. (1995). Sliding mode control of nonholonomic mechanical systems: Underactuated manipulators case. *IFAC Proceedings Volumes*, 28(14), 565-569. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017468881>
- Velasco-Villa, M., Mandujano-García, E., Estrada-Sánchez, I., Rodríguez-Cortés, H., & Sira-Ramírez, H. (2014). Esquema predictor-observador para el control de un robot móvil omnidireccional con retardos de tiempo. Congreso Latinoamericano de Control Automático,
- Villarreal Giraldo, P. M. Diseño de un robot móvil prototipo para la implementación de un algoritmo de seguimiento de trayectorias mediante motores sin escobillas con control vectorial.