

GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL APRENDIZAJE DE SECCIONES CÓNICAS EN BACHILLERATO

GEOGEBRA AS A DIDACTIC TOOL FOR STRENGTHENING THE LEARNING OF CONIC SECTIONS IN HIGH SCHOOL

Gabriel Eduardo Lucas Avila^{1*}

¹ Maestrante en Pedagogía en Matemática y Física, del Instituto de Posgrado, Universidad Técnica de Manabí. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1204-4783>. Correo: glucas2604@utm.edu.ec

Carlos Alberto Aray Andrade²

² Docente del Departamento de Matemáticas y Estadística, Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Técnica de Manabí. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0210-3877> . Correo: carlos.aray@utm.edu.ec

Resumen

El avance de la tecnología y su integración en el campo educativo ha tenido un impacto transformador en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. En este contexto, las herramientas didácticas han evolucionado constantemente para abordar las necesidades y dificultades que los estudiantes enfrentan al aprender esta materia. En este sentido, resulta fundamental analizar la influencia del software GeoGebra como una herramienta complementaria en la enseñanza de las matemáticas. Y con el fin de evaluar el impacto de GeoGebra, se llevó a cabo un estudio de tipo cuantitativo con estudiantes de bachillerato en el que se conformaron dos grupos: uno experimental y otro de control. En el grupo experimental, los estudiantes utilizaron GeoGebra como una herramienta adicional en su proceso de aprendizaje, mientras que en el grupo de control se siguió empleando la enseñanza tradicional. Los resultados obtenidos revelaron que el uso de GeoGebra en la práctica docente logra en los estudiantes una mayor comprensión de los aspectos analíticos y gráficos de los problemas matemáticos. Además, aumenta notablemente la motivación, el compromiso y el interés por la asignatura; por consiguiente, el desarrollo del aprendizaje autónomo. En conclusión, GeoGebra desempeña un rol transcendental en el proceso de aprendizaje de las matemáticas.

Palabras clave: GeoGebra, secciones cónicas, didáctica docente, geometría

Abstract

The advancement of technology and its integration into the educational field has had a transformative impact on the mathematics learning process. In this context, didactic tools have constantly evolved to address the needs and difficulties that students face when learning this subject. In this sense, it is essential to analyze the influence of GeoGebra software as a complementary tool in the teaching of mathematics. In order to evaluate the impact of GeoGebra, a quantitative study was carried out with high school students in which two groups were formed: an experimental and a control group. In the experimental group, students used GeoGebra as an additional tool in their learning process, while the control group continued to use traditional teaching. The results obtained revealed that the use of GeoGebra in teaching practice achieves in students a greater understanding of the analytical and graphical aspects of mathematical problems. In addition, it significantly increases motivation, commitment and interest in the subject; consequently, the development of autonomous learning. In conclusion, GeoGebra plays a transcendental role in the learning process of mathematics.

Keywords: GeoGebra, conic sections, teaching methodology, geometry

Fecha de recibido: 06/05/2023

Fecha de aceptado: 09/07/2023

Fecha de publicado: 10/07/2023

Introducción

A nivel mundial se realizan diferentes tipos de evaluaciones estandarizadas que evidencian que los estudiantes tienen mayores dificultades en el área de matemáticas, una de ellas es la prueba PISA (Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes) en su edición 2018 (OECD, 2020), cuyos resultados demostraron que todos los países de América Latina que participaron obtuvieron una puntuación menor a la del promedio en las tres áreas calificadas: lectura, matemática y ciencias, siendo matemática el promedio más bajo, sin embargo, los países europeos y particularmente los asiáticos obtuvieron mejores resultados. Esto revela que el sistema educativo en la región tiene serias dificultades estructurales, por lo que debe preocupar a las autoridades educativas para la toma de decisiones efectivas a favor de la preparación de los nuevos profesionales.

En el caso de Ecuador, en el año 2017, más de 6000 estudiantes que se encontraban cursando entre 8vo y 3ero de bachillerato participaron en las pruebas PISA-D para el Desarrollo (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2018), que evaluaba lectura, matemática y ciencias. Los resultados mostraron que el 70% de los estudiantes evaluados no alcanzaron el nivel básico de habilidades en el dominio matemático. De la misma manera, al aplicarse la prueba nacional Ser Bachiller (INEVAL, 2020), se demostró nuevamente las bajas puntuaciones en el área de matemática. Aunado a esto, varios autores (Florio, 2022), han evidenciado las dificultades que existen en la enseñanza de la matemática, resultando preocupante que no es un problema solo de estudiantes, sino también un problema docente. En este sentido se ha observado en la región que un importante número de docentes tienen carencias de dominio matemático a pesar de tener la responsabilidad de enseñarla.

Esta situación se presenta por diversos factores, tanto sociales, culturales, educativas, económicas y políticas que conducen que un profesor sin habilidades en el área se vea en la obligación de impartir clases de una temática que no son sus fortalezas. A esto se suma la ineficiencia del sistema educativo que brinda un sinnúmero de oportunidades para la promoción de estudiantes al siguiente nivel aun sin el dominio mínimo requerido propiciando conformidad y desinterés en los estudiantes durante todo un periodo escolar, aumentando cada vez más el rezago educativo y disminuyendo el rendimiento académico. Estas deficiencias que los estudiantes de bachillerato presentan en el dominio matemático, repercute en varios problemas de aprendizaje en asignaturas relacionadas cuando cursen la educación superior (Aray Andrade et al., 2019).

Por otro lado, la constante evolución de la tecnología, y los nuevos requerimientos del siglo XXI, la inteligencia artificial y la industria 4.0, requiere de profesionales altamente capacitados con dominios matemáticos bien desarrollados, creativos, digitales, y con la capacidad de adaptarse a los nuevos desafíos del mundo moderno (Ayanwale et al., 2022). Con relación a esto, el sistema educativo necesita ser ajustado a las nuevas demandas de la industria, repensar la forma en que se produce la enseñanza y el aprendizaje y preparar a los estudiantes para este mundo cambiante (De Paz Lazaro et al., 2022).

Por consiguiente, la educación no debe ser indiferente a la tecnología y a todos los beneficios que esta puede aportar, por lo que es necesario integrar las herramientas digitales a la práctica docente y enriquecer la experiencia de aprendizaje en los estudiantes. Debido a esto, en este trabajo investigativo se propone integrar GeoGebra, como una herramienta educativa tecnológica complementaria a la labor docente que permita fortalecer significativamente las habilidades matemáticas en los estudiantes de bachillerato, para obtener un análisis de su influencia en el aprendizaje en contraste con la educación tradicional. La utilización de GeoGebra dentro del aula de clases, de acuerdo con varios estudios realizados, han evidenciado una mejora significativa en el aprendizaje de las matemáticas, lo que demuestra que GeoGebra brinda un sinnúmero de ventajas pedagógicas, dados sus resultados positivos obtenidos.

La investigación se realiza en la Unidad Educativa Juan León Mera, ubicada en el cantón Montecristi de la provincia de Manabí, y se selecciona una temática de la geometría, particularmente secciones cónicas, debido a las deficiencias que presentan los estudiantes de bachillerato en esta área (Aray Andrade et al., 2019; Florio, 2022), además, por el bajo rendimiento según los resultados de las pruebas estandarizadas internacionales, nacionales, y los informes de calificaciones que presentan los docentes de matemáticas de las instituciones educativas. Adicionalmente, el tema de cónicas es abstracto e involucra la relación analítica y grafica de los conceptos, donde las dificultades se presentan por la falta de conexión entre la representación gráfica de las cónicas con sus ecuaciones algebraicas, y GeoGebra dada sus características, como recurso didáctico complementario fortalece el aprendizaje de las secciones cónicas.

La integración de las nuevas tecnologías en las practicas educativas.

En la actualidad las tecnologías digitales están transformando el modo en que las personas interactúan y se comunican entre ellas, y en el campo educativo está proporcionando formas novedosas de aprendizaje. Estas tecnologías integradas a la educación han obtenido resultados positivos en el aprendizaje, lo que demuestra el gran impacto que tienen estas herramientas en la enseñanza (Valenzuela, 2020). Adicional a esto,

proporciona un ambiente de trabajo que aumenta el interés y la atención de los estudiantes, lo que resulta un aprendizaje más eficiente (Valencia Castro et al., 2022).

La integración de la tecnología a la práctica educativa puede ofrecer a los docentes la oportunidad de reconceptualizar su propia enseñanza, diseñando guías didácticas y metas en la que se incluyan explícitamente a la tecnología y como esta pueda contribuir a nuevas formas de representación, exploración, discusión y resolución de actividades matemáticas (Santos-Trigo et al., 2021). Aunado a esto, varios académicos señalan que los alumnos prefieren ver, tocar y comprender lo que aprenden y la tecnología les provee ese espacio de interacción con el contenido, también motiva crea oportunidades para que los estudiantes comprendan, construyan y exploren nuevos enfoques en la resolución de problemas (Wassie & Zergaw, 2019).

Los docentes que se mantienen al día en cuanto a las tendencias tecnológicas y la implementan en sus clases causan un gran impacto en los entornos educativos modernos y en la sociedad en general, para lograr una educación mejor y sostenible para el 2030. En países como Austria, Dinamarca y Finlandia, a más de implementar la tecnología en las practicas docentes, también están cambiando sus prácticas de evaluación permitiendo el uso de tecnología avanzada en sus exámenes estatales (Lavicza et al., 2022). En relación a esto, es necesario que los docentes se mantengan al tanto de las innovaciones tecnológicas en el sector educativo, a través de la auto preparación o programas de formación continua, para que pueda innovar nuevos entornos educativos, donde no solo utilicen la tecnología, sino que sus prácticas docentes se adapten a las ventajas que brindan, con la finalidad de ofrecer una educación integral, que se adapten a las necesidades de los estudiantes del siglo XXI y preparar a los estudiantes para enfrentar los desafíos tecnológicos del futuro.

La tecnología y las matemáticas en el mundo moderno.

La tecnología aplicada en el aprendizaje de las matemáticas, mejora el rendimiento académico y la habilidad de resolución de problemas matemáticos de la vida, desarrolla el aprendizaje significativo y mejora el rendimiento en los procesos matemáticos básicos y la conceptualización abstracta (Rodríguez-Jiménez et al., 2023). Por consiguiente, según varios actores, la tecnología puede aportar en la educación matemáticas desde dos campos, desde lo pragmático, que permite aumentar la velocidad y la precisión de los cálculos; y desde lo epistémico que ayuda a mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos, sumado a esto, brinda otros beneficios que no necesariamente se relacionan a los dos factores descritos, sino a la experiencia en el aprendizaje como la motivación, la satisfacción y el autoaprendizaje (Ní Shé et al., 2023).

En este sentido, la tecnología ha demostrado ser un recurso valioso para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y su aplicación en el aula permite no solo mejorar la velocidad y la precisión de los cálculos, sino también mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos y desarrollar habilidades de resolución de problemas de la vida cotidiana, además, fomenta la motivación, la satisfacción y el autoaprendizaje en los estudiantes. Por tanto, es esencial que la educación matemática integre la tecnología de manera efectiva para lograr una educación de calidad y formar estudiantes preparados para enfrentar los desafíos del mundo moderno.

En el actual contexto, la industria 4.0 ha tomado gran relevancia, denominada por varios autores como la era de la digitalización, posible debido a los avances exponenciales de la tecnología y su adaptación e implementación en la industria, mediante la fusión de los sistemas físicos, biológicos y digitales para generar redes de producción inteligente en el que interactúan y colaboran diferentes componentes entre sí (Rozo-García, 2020). La industria 4.0 integra tecnologías para facilitar la automatización, utiliza la inteligencia artificial, sin embargo, este proceso de automatización requiere de profesionales que posean habilidades matemáticas bien desarrolladas, y para dar respuesta a esta nueva sociedad digitalizada y a las exigencias de la industria 4.0, es necesario contar con docentes altamente capacitados, poseer la destrezas de resolver problemas, ser creativos, comunicativos, dinámicos, resilientes, flexibles y totalmente conscientes de esta nueva era, de igual manera, el currículo debe adaptarse y promover la utilización de las tecnologías en la educación matemática para que su impacto sea aún mayor (Ayanwale et al., 2022).

Por tanto, los estudiantes deben desarrollar las llamadas habilidades del siglo 21, que son habilidades de pensamiento, sociales, actitudinales y emocionales que se centran en dos elementos claves, las competencias digitales, que es la selección y uso de la tecnología, y, las habilidades blandas como es la creatividad, pensamiento crítico, colaboración y resolución de problemas (Teo et al., 2021).

Como respuesta a los nuevos desafíos que demanda la industria 4.0 y el mundo moderno, han surgido varias propuestas y enfoques educativos en el que integra el uso de tecnología, entre ellos, la educación STEAM por sus siglas en inglés: Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics, que se proyecta como un nuevo enfoque de enseñanza con el uso de la tecnología y en el cual las matemáticas son una parte integral (Lavicza et al., 2022). En el estudio (Kim et al., 2019), los maestros destacaron la importancia de la enseñanza de las matemáticas en la educación STEAM para el desarrollo del pensamiento lógico y la resolución de problemas de manera creativa y efectiva.

Por otro lado, emerge la educación 4.0, como respuesta a los nuevos desafíos de la industria 4.0, que integra la tecnología emergente avanzada en el proceso educativo con la finalidad de crear experiencias de aprendizaje personalizada, colaborativa y mejorada por la tecnología y preparar a los estudiantes para su futuro profesional (Patiño et al., 2023), (Bonfield et al., 2020). La educación 4.0 busca graduar una nueva generación de profesionales altamente competitivos y capaces de aplicar recursos físicos y digitales adecuados para proveer soluciones a los retos actuales y futuro de la sociedad, es considerados por varios actores como la implementación de tecnología emergente, contextos sociales actuales procedimientos de innovación pedagógica como parte del concepto. La educación 4.0 promueve el autoaprendizaje, el trabajo colaborativo y el uso de la tecnología en los procesos de aprendizaje (Miranda et al., 2021).

Por consiguiente, los nuevos enfoques sitúan a las matemáticas como un área de suma importancia en la actualidad, reafirma la característica de interdisciplinariedad y destaca su influencia y aplicación en mundo real, sumado a esto la tecnología, que puede hacer del aprendizaje de las matemáticas más interesantes, entretenidas y accesibles para los estudiantes.

En consecuencia, se requiere que en la actualidad los estudiantes, y también los docentes estén preparados para enfrentar los desafíos del mundo actual, que desarrollen capacidades innovadoras de aprendizaje

permanente y de resolución de problemas, que posean la habilidad de usar, crear y desarrollar nuevas tecnologías que permitan crear una mejor sociedad. Los docentes deben estar orientados o ser alfabetizados digitalmente mediante programas de formación continua o auto aprendizaje con la finalidad de implementar, administrar y trabajar con las nuevas tecnologías para crear entornos innovadores de aprendizajes con el uso de las diversas herramientas digitales disponibles. En definitiva, las matemáticas representan una piedra angular en la formación de los nuevos profesionales que demanda el mundo actual, y en este sentido, tanto la comunidad educativa como los responsables de la educación deben estar dispuestos a adaptarse a los cambios disruptivos para mejorar la calidad de la educación y garantizar que los estudiantes adquieran las habilidades y competencias necesarias para enfrentar los retos de la era moderna.

GeoGebra y su influencia en el aprendizaje de las matemáticas.

De acuerdo con lo expuesto, se destaca la importancia de las matemáticas en el mundo moderno y el impacto positivo de la integración de la tecnología en las prácticas docentes en las diferentes áreas, pero particularmente en el aprendizaje de las matemáticas. Debido a esto, este trabajo investigativo apunta a analizar la influencia de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. Para esto se ha seleccionado la herramienta digital GeoGebra, que corresponde a un Sistema de Geometría Dinámica (Dynamic Geometry Systems DGS), que permite tanto a docentes como a estudiantes modelar y explorar conceptos y problemas dinámicamente, lo que favorece el aprendizaje geométrico de forma interactiva (Ramírez-Uclés & Ruiz-Hidalgo, 2022).

GeoGebra fue desarrollado por Markus Hohenwarter en el año 2002 para la enseñanza de la matemática, en especial álgebra y geometría. GeoGebra es un software matemático interactivo que combina un software de geometría dinámica 2D, 3D, CAS, y funciones de hoja de cálculo, y puede utilizarse para el aprendizaje escolar como extracurricular, como de manera individual o en grupos de estudio (Weinhandl et al., 2020). Facilita el trabajo en el cálculo matemático y tareas de diferentes niveles de complejidad, provee un sinnúmero de ventajas tanto para estudiantes, profesores, matemáticos, investigadores, científicos, entre otros. El entorno de GeoGebra es amigable, intuitiva, fácil de usar, y posee varias herramientas dinámicas útiles para la enseñanza y aprendizaje, del mismo modo, puede utilizarse en los diferentes niveles de educación (Ziatdinov & Valles, 2022), (Bekene Bedada & Machaba, 2022). Dado a nuestro contexto y a las nuevas exigencias tecnológicas, GeoGebra es una de las herramientas idóneas para la implementación en el aula de clases.

GeoGebra está disponible gratuitamente y se puede utilizar tanto en un navegador como en una aplicación desde el móvil, es una aplicación multilingüe por lo que es ampliamente usado a nivel mundial, dispone de una vista interactiva y herramientas fáciles de usar, soporta la representación de escenas dinámicas en su vista gráfica en 2D y 3D, permite interactuar las vistas algebraicas y hojas de cálculo, admite la inserción de imágenes, de igual manera, permite la producción de materiales didácticos que pueden ser publicados en su sitio web, cuenta también con una gran comunidad que provee estos materiales que pueden ser utilizados en clases (Wassie & Zergaw, 2019).

GeoGebra favorece a los estudiantes, a los docentes de cualquier nivel educativo o área y permite modelar y explorar problemas de forma interactiva, experimentar, identificar patrones y establecer relaciones

matemáticas, permite, además, establecer la relación entre lo geométrico y analítico, lo que favorece a una mayor comprensión del tema tratado (Ramírez-Uclés & Ruiz-Hidalgo, 2022). GeoGebra fortalece sus competencias matemáticas y la resolución de problemas, incluso desarrolla en el estudiante un hábito de aprendizaje autónomo porque interactúa con la aplicación al modificar las variables o factores y observando los cambios en la representación gráfica descubriendo la conexión entre lo gráfico y lo algebraico.

De acuerdo con el Foro Mundial Económico, los estudiantes deben desarrollar varias destrezas en este nuevo mundo cambiante, entre ellas es la resolución de problemas, el uso de las nuevas tecnologías y el aprendizaje autónomo (*The Future of Jobs Report 2020 O C T O B E R 2 0 2 0*, 2020), y GeoGebra es la herramienta idónea, que aparte de fortalecer las competencias matemáticas fortalece las competencias digitales y dada las dificultades que encuentran los estudiantes en el aprendizaje de la geometría es necesario la implementación de estrategias metodológicas que involucren las herramientas educativas tecnológicas como GeoGebra con la finalidad de fortalecer significativamente el aprendizaje de la geometría y potenciar sus habilidades en el pensamiento geométrico (Granados-Ortiz & Padilla-Escorcia, 2021).

En definitiva, GeoGebra se puede integrar en el aula como una herramienta de enseñanza aprendizaje, mediante la creación, representación de gráficos y modelos matemáticos que ayudan al estudiante a comprender conceptos abstractos. Puede ser utilizada como una herramienta de evaluación mediante la creación de cuestionario o exámenes interactivos, o para demostrar la comprensión de conceptos matemáticos a través de la manipulación de objetos gráficos o la resolución de problemas. GeoGebra brinda la oportunidad al estudiante de construir su autoaprendizaje mediante el descubrimiento por sí mismo de las herramientas que posee y su uso en diferentes contenidos matemáticos.

Se han realizado varias investigaciones sobre la utilización de GeoGebra en el aprendizaje de las matemáticas, entre ellas, el estudio (Chivai et al., 2022), donde su implementación permitió la visualización espacial a los estudiantes de sólidos mediante simulaciones prácticas de representaciones gráficas en 3D. Estas interacciones generaron gran interés, motivación y facilitaron la comprensión espacial los sólidos. Los estudiantes superaron las dificultades que mantenían en la proyección de sólidos en el plano dimensional 2D, también mostraron mejora en los resultados de la prueba estandarizada de sólidos de Santa Bárbara en relación con los resultados obtenidos previo a la implementación de GeoGebra.

En una investigación (Florio, 2022), se evidenció que las cónicas eran enseñadas a los estudiantes como un lugar geométrico olvidando su relación con las cónicas como secciones de un cono, por lo que con la integración de GeoGebra se pudo construir simulaciones dinámicas que permitan la conexión de un modelo visible con los registros geométricos y algebraicos, y que a través de deslizadores y otras herramientas dinámicas los estudiantes puedan interactuar con el problema y dando la posibilidad de medir las distancias, áreas, volumen, entre otras propiedades. Los resultados del proyecto investigativo confirmaron que la doble vista de la parábola tanto como una sección de un cono y un lugar geométrico en el plano con la utilización de GeoGebra ayudó a los estudiantes en la comprensión de su significado tanto en el campo teórico como aplicativo, adicional, el autor menciona que la integración de GeoGebra puede permitir a los profesores guiar a los estudiantes a identificar y desarrollar nuevas relaciones entre objetos y proyectar experimentos tanto en ambientes geométricos de 2 y 3 dimensiones.

En el artículo “Enhancing flipped Mathematics Education by utilising GeoGebra” (Weinhandl et al., 2020), se determinó que la combinación de la clase inversa y GeoGebra les permite a los estudiantes desarrollar sus competencias matemáticas, lo que implica que puedan trabajar y aprender autónomamente. Además, resalta que es muy beneficioso para el aprendizaje de las matemáticas, que los estudiantes reciban indicaciones claras, una retroalimentación inmediata personal y que se cree un ambiente del uso de la tecnología en el proceso de aprendizaje como en el de evaluación.

En otra investigación que analiza los efectos de GeoGebra en la habilidad de los estudiantes en el estudio de cálculo (Bekene Bedada & Machaba, 2022), demostraron que los estudiantes que utilizaron GeoGebra obtuvieron mejores resultados en las pruebas de cálculo y mostraron una mejor comprensión conceptual, adicional a esto, también mostraron una mayor satisfacción con la experiencia de aprendizaje al utilizar GeoGebra. Por otro lado, en un artículo sobre el uso de GeoGebra en el aprendizaje basado en proyecto aplicado al aprendizaje de la geometría analítica (Kholid et al., 2022), destaca que su uso permite a los estudiantes explorar y visualizar conceptos de geometría analítica de manera interactiva, lo que puede mejorar su comprensión y capacidad para aplicar estos conceptos a situaciones reales. Esto demuestra que GeoGebra puede ser una herramienta valiosa para mejorar el aprendizaje de cálculo, y geometría analítica, lo que podría tener un impacto significativo en la educación matemática en general.

GeoGebra fortalece el aprendizaje geométrico mediante la modelación de secciones cónicas, lo que produjo una mejora significativa en el aprendizaje y el incremento de las habilidades en el pensamiento geométrico (Granados-Ortiz & Padilla-Escorcia, 2021; Valenzuela, 2020). De la misma manera, genera un gran interés y motivación en las actividades pedagógicas y desarrolla un nivel de comprensión efectivo en el desarrollo de la geometría (Pari Condori et al., 2020). GeoGebra permite crear un entorno creativo para la enseñanza mediante el desarrollo y utilización de Aplicaciones, lo que ha demostrado un aumento de la creatividad de los estudiantes y de las habilidades de resolución de problemas geométricos, además del mejoramiento del rendimiento académico (Velikova & Petkova, 2019).

De acuerdo con las investigaciones citadas anteriormente, el uso de GeoGebra y todo el entorno que engloba esta aplicación, aporta significativamente en el aprendizaje de conceptos matemáticos, especialmente de carácter geométricos por sus representaciones gráficas y herramientas diversas que lo componen, por lo que es indispensable integrarla en nuestra labor docente, más aún en la enseñanza de temas que resultan difíciles para los estudiantes.

Materiales y métodos

El presente trabajo investigativo tiene como finalidad analizar la influencia de GeoGebra como herramienta didáctica en el aprendizaje de las matemáticas, particularmente de las secciones cónicas por ser un tema en que los estudiantes encuentran mayores dificultades. Para lograr el objetivo se establece una investigación con enfoque cuantitativo y utiliza el diseño de investigación cuasiexperimental. Para el estudio se seleccionaron dos paralelos de segundo de bachillerato, el paralelo A compuesto por 30 estudiantes, asignado como el grupo experimental en el que se utilizará GeoGebra como un medio didáctico en el proceso de aprendizaje de las cónicas, y, el paralelo B de 28 estudiantes que corresponde al grupo de control en el que se

impartirá la misma temática, pero enfocado en la clase tradicional, es decir que en el grupo experimental se realizaron actividades de aprendizajes que involucraron el uso de GeoGebra y en el grupo de control se efectuaron actividades que estaban ausente de esta herramienta.

El estudio se llevó a cabo en la Unidad Educativa Juan León Mera de la parroquia Colorado del cantón Montecristi debido a que los estudiantes presentaban dificultades en el aprendizaje de la geometría, en especial de las secciones, esto de acuerdo con los informes parciales y quimestrales de los docentes de matemáticas. La institución educativa no cuenta con la infraestructura necesaria para que los estudiantes puedan utilizar GeoGebra individualmente, por lo que las autoridades de la institución accedieron a que los estudiantes puedan hacer uso de sus teléfonos móviles durante las sesiones de clases.

Se implementan 8 sesiones divididas de 2 en 2 para la enseñanza de la circunferencia, la elipse, la parábola y la hipérbola respectivamente. Durante estas sesiones los estudiantes utilizaran GeoGebra para el aprendizaje de las cónicas. Posteriormente se procedió a aplicar un test a los dos grupos, estos resultados se tabularon y se les aplicó el análisis estadístico ANOVA y el T-student para comparar sus medias y a través de ellos establecer la relación entre ambos.

Con los resultados obtenidos se puede analizar si GeoGebra genera mejoras significativas en el aprendizaje de las secciones cónicas en comparación con la enseñanza tradicional en los estudiantes de Bachillerato de la Unidad Educativa Juan León Mera, además, estos resultados permitirán comprender el impacto de la tecnología en el proceso educativo y proporcionarán información relevante para la mejora continua de las prácticas docentes en el campo de las matemáticas.

Resultados y discusión

Una vez que se ha integrado a GeoGebra en el aula de clases, y se han aplicado las pruebas de evaluación que evidenciaron el nivel de dominio del tema tanto al grupo experimental como el grupo de control, surgió la necesidad de establecer si GeoGebra influye en el aprendizaje de las matemáticas, en nuestro caso en el aprendizaje de las secciones cónicas, y para esto se procedió a establecer las hipótesis. La hipótesis nula $H_0: \bar{x}_{experimental} = \bar{x}_{control}$, que establece que no existe ninguna diferencia entre las medias del post test de los dos grupos, y la hipótesis alternativa $H_1: \bar{x}_{experimental} \neq \bar{x}_{control}$, que indica que existe diferencias entre sus medias. Es decir, que la hipótesis nula establece que la utilización de GeoGebra no influye en el aprendizaje de las secciones cónicas, mientras que la hipótesis alternativa sostiene que GeoGebra sí influye significativamente en el aprendizaje.

Para validar las hipótesis se procede a realizar el análisis estadístico de un factor ANOVA y el T-Student, que permitirán establecer las diferencias de las medias entre los dos grupos, y comprobar si se acepta o se rechaza la hipótesis nula.

Para el análisis estadístico ANOVA, se tiene la Tabla 1, en la que se puede observar que el promedio del post test del grupo experimental es mayor que el grupo de control, y la diferencia entre ellas es 1.13 puntos. Esto denota una clara diferencia entre sus medias, pero aún se deben analizar otros factores.

Tabla 1. Resultado estadístico entre el grupo experimental y de control.

Grupos	Cuenta	Suma	Promedio	Varianza
Experimental	30	256,25	8,541666667	1,733117816
Control	28	207,5	7,410714286	3,116732804

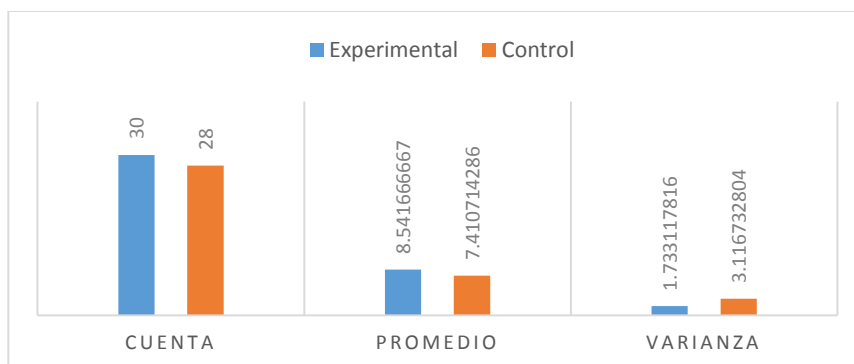


Figura 1. Diagrama comparativo de los resultados obtenidos entre el grupo experimental y de control.

Tabla 2. Análisis de la varianza.

Origen de las variaciones	Suma de cuadrados	de Grados libertad	Promedio de los cuadrados	F	Probabilidad	Valor crítico para F
Entre grupos	18,52422003	1	18,52422003	7,71772431	0,007427135	4,012973378
Dentro de los grupos	134,4122024	56	2,4002179			
Total	152,9364224	57				

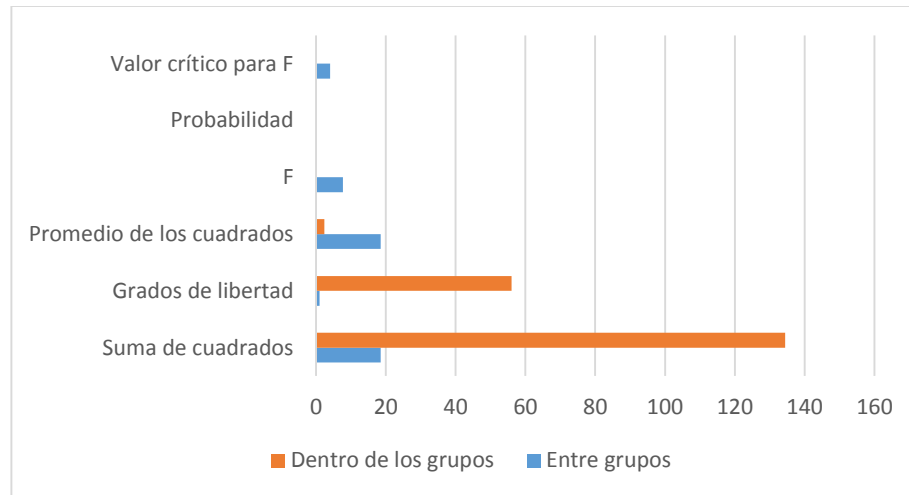


Figura 2. Análisis de la varianza.

En relación con el análisis de la variancia, en la Tabla 2, se puede observar que el valor F es mayor que el valor crítico, por lo que se rechaza la hipótesis nula. En consecuencia, se acepta la hipótesis alternativa que establece que existe diferencias entre sus medias.

Por otro lado se realiza la prueba t-student para volver a validar las hipótesis. Y una vez obtenidos los datos del análisis en la Tabla 3, podemos observar que el valor de la prueba $P = 0.008$, es menor que el estadístico $|t| = 2,75$, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que existen diferencias entre las medias de los dos grupos. Esta diferencia demuestra que la media del grupo experimental (8,54) es mayor que la media del grupo de control (7,41).

Tabla 3. Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas desiguales

	Variable 1	Variable 2
Media	8,54166667	7,41071429
Varianza	1,73311782	3,1167328
Observaciones	30	28
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	50	
Estadístico t	2,75039465	
$P(T \leq t)$ una cola	0,00413272	
Valor crítico de t (una cola)	1,67590503	
$P(T \leq t)$ dos colas	0,00826544	
Valor crítico de t (dos colas)	2,00855911	

Finalmente, en base a los resultados, tanto del análisis ANOVA como de la prueba t-student, se concluye que existe diferencias entre las medias entre los dos grupos y que el grupo experimental, en el que se utilizó GeoGebra en la práctica docente tuvo mejores calificaciones que en el grupo de control.

Conclusiones

La integración de la tecnología en la educación ha demostrado resultados positivos según varios estudios realizados, es por ello, que el presente trabajo tuvo como propósito determinar la influencia de GeoGebra en el aprendizaje de las secciones cónicas en estudiantes de bachillerato. Y una vez obtenidos los resultados, se evidenció una diferencia significativa entre las medias aritméticas de los dos grupos de estudio, a través de los análisis estadísticos, tanto de ANOVA y del T-Student, por lo tanto, se concluyó que el uso de GeoGebra como herramienta didáctica influye positivamente en el aprendizaje de las secciones cónicas.

En virtud de esto, se estableció que el uso de GeoGebra en la práctica educativa aporta significativamente en el aprendizaje de las matemáticas y la geometría, en este sentido los docentes que utilizan esta aplicación en la enseñanza de las matemáticas obtienen mejores resultados en las calificaciones de sus estudiantes. Con GeoGebra los estudiantes adquieren una mayor comprensión e interés por las matemáticas, debido a que esta herramienta permite la interacción de los elementos de un problema matemático de forma geométrica y analítica, posibilitando que el estudiante identifique la relación entre las gráficas y sus ecuaciones, lo que mejora las competencias geométricas y aumenta la predisposición en el aprendizaje de la matemática.

GeoGebra desarrolla en los estudiantes el aprendizaje autónomo, porque a más de la adquisición del conocimiento matemático, ellos adquieren la destreza de interactuar y dominar la aplicación, lo que les permite interactuar con cualquier contenido, por ensayo y error o mediante búsqueda de información en la web volviéndolos más independientes en su aprendizaje. Además, GeoGebra al ser una calculadora gráfica, los estudiantes pueden comprobar sus resultados de ecuaciones y graficos obtenidos manualmente con los desde la aplicación, lo que le proporciona al estudiante una retroalimentación del trabajo realizado, y pueda realizar correcciones si así lo amerita.

En definitiva, para que la educación en el área de las matemáticas mejore, se requiere que las autoridades educativas implementen programas de educación continua que busquen fortalecer las habilidades tecnológicas de los docentes para que puedan integrar eficientemente la tecnología en sus prácticas docentes, y aprovechar sus recursos y todos los beneficios que nos puede brindar en los diferentes campos de estudio, con la finalidad de formar profesionales con pensamiento crítico, autodidactas, con dominio amplio de la matemáticas y en las nuevas tecnologías, capaces de enfrentar los nuevos retos y desafíos de la nueva era. De la misma manera, se requiere el mejoramiento o adecuación de espacios tecnológicos en las instituciones educativas, así como la implementación de nuevas estrategias metodológicas donde la tecnología este inmersa, para crear entornos educativos innovadores que permitan el desarrollo y fortalecimiento del aprendizaje significativo en las matemáticas y reducir la brecha de conocimiento en esta área.

Referencias

- Aray Andrade, C. A., Párraga Quijano, O. F., & Chun Molina, R. (2019). La falta de enseñanza de la geometría en el nivel medio y su repercusión en el nivel universitario: análisis del proceso de nivelación de la Universidad Técnica de Manabí. *ReHuSo: Revista de Ciencias Humanísticas y Sociales*, 4(1), 20–31. <https://doi.org/10.33936/rehuso.v4i1.1622>
- Ayanwale, M. A., Ndlovu, M., & Oladele, J. I. (2022). Mathematics Education and the Fourth Industrial Revolution: Are the High School Mathematics Teachers Ready? In *Mathematics Education in Africa* (pp. 77–96). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-13927-7_5
- Bekene Bedada, T., & Machaba, M. F. (2022). The Effect of GeoGebra on Students' Abilities to Study Calculus. *Education Research International*, 2022, 1–14. <https://doi.org/10.1155/2022/4400024>
- Bonfield, C. A., Salter, M., Longmuir, A., Benson, M., & Adachi, C. (2020). Transformation or evolution?: Education 4.0, teaching and learning in the digital age. *Higher Education Pedagogies*, 5(1), 223–246. <https://doi.org/10.1080/23752696.2020.1816847>
- Chivai, C. H., Soares, A. A., & Catarino, P. (2022). Application of GeoGebra in the Teaching of Descriptive Geometry: Sections of Solids. *Mathematics*, 10(17), 3034. <https://doi.org/10.3390/math10173034>
- De Paz Lazaro, A. C., Damian Espinoza, Y. E., & Verde Lujan, H. E. (2022). Styles and forms of learning in university education. *Minerva*, 3(8), 84–92. <https://doi.org/10.47460/minerva.v3i8.67>
- Florio, E. (2022). The Parabola: Section of a Cone or Locus of Points of a Plane? Tips for Teaching of Geometry from Some Writings by Mydorge and Wallis. *Mathematics*, 10(6). <https://doi.org/10.3390/math10060974>
- Granados-Ortiz, C. A., & Padilla-Escorcía, I. A. (2021). El aprendizaje gráfico de la recta tangente a través de la modelación de las secciones cónicas utilizando GeoGebra. *Revista Científica*, 40(1), 118–132. <https://doi.org/10.14483/23448350.16137>
- INEVAL. (2020). Informe de Resultados Evaluación Costa 2019 - 2020. Quito - Ecuador. In *INFORME DE RESULTADOS evaluacion costa 2019-2020*. https://www.evaluacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2020/06/24.1.-DAGI_SBAC20-InformeCosta2019-2020_20200618.pdf
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2018). Educación en Ecuador. Resultados de PISA para el Desarrollo. [Education in Ecuador. Results of PISA for Development]. In *OECD Reports*. <https://n9.cl/ofgk3>
- Kholid, M. N., Pradana, L. N., Maharani, S., & Swastika, A. (2022). GeoGebra in Project-Based Learning (Geo-PJBL): A dynamic tool for analytical geometry course. *Journal of Technology and Science Education*, 12(1), 112. <https://doi.org/10.3926/jotse.1267>

- Kim, M. K., Lee, J. Y., Yang, H., Lee, J., Jang, J. N., & Kim, S. J. (2019). Analysis of elementary school teachers' perceptions of mathematics-focused STEAM education in Korea. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(9), 1–13. <https://doi.org/10.29333/ejmste/108482>
- Lavicza, Z., Weinhandl, R., Prodromou, T., Anđić, B., Lieban, D., Hohenwarter, M., Fenyvesi, K., Brownell, C., & Diego-Mantecón, J. M. (2022). Developing and Evaluating Educational Innovations for STEAM Education in Rapidly Changing Digital Technology Environments. *Sustainability (Switzerland)*, 14(12). <https://doi.org/10.3390/su14127237>
- Miranda, J., Navarrete, C., Noguez, J., Molina-Espinosa, J. M., Ramírez-Montoya, M. S., Navarro-Tuch, S. A., Bustamante-Bello, M. R., Rosas-Fernández, J. B., & Molina, A. (2021). The core components of education 4.0 in higher education: Three case studies in engineering education. *Computers and Electrical Engineering*, 93. <https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2021.107278>
- Ní Shé, C., Ní Fhloinn, E., & Mac an Bhaird, C. (2023). Student Engagement with Technology-Enhanced Resources in Mathematics in Higher Education: A Review. In *Mathematics* (Vol. 11, Issue 3). MDPI. <https://doi.org/10.3390/math11030787>
- OECD. (2020). PISA 2018 Results (Volume VI): Are Students Ready to Thrive in an Interconnected World? In *The Ministry of Education: Vol. I*. <https://moe.go.kr/boardCnts/view.do?boardID=294&lev=0&statusYN=W&s=moe&m=0204&opType=N&boardSeq=79191>
- Pari Condori, A., Mendoza Velazco, D. J., & Auccahuallpa Fernández, R. (2020). GeoGebra as a Technological Tool in the Process of Teaching and Learning Geometry. *Communications in Computer and Information Science*, 1307, 258–271. https://doi.org/10.1007/978-3-030-62833-8_20
- Patiño, A., Ramírez-Montoya, M. S., & Buenestado-Fernández, M. (2023). Active learning and education 4.0 for complex thinking training: analysis of two case studies in open education. *Smart Learning Environments*, 10(1). <https://doi.org/10.1186/s40561-023-00229-x>
- Ramírez-Uclés, R., & Ruiz-Hidalgo, J. F. (2022). Reasoning, Representing, and Generalizing in Geometric Proof Problems among 8th Grade Talented Students. *Mathematics*, 10(5). <https://doi.org/10.3390/math10050789>
- Rodríguez-Jiménez, C., de la Cruz-Campos, J. C., Campos-Soto, M. N., & Ramos-Navas-Parejo, M. (2023). Teaching and Learning Mathematics in Primary Education: The Role of ICT-A Systematic Review of the Literature. *Mathematics*, 11(2). <https://doi.org/10.3390/math11020272>
- Rozo-García, F. (2020). Revisión de las tecnologías presentes en la industria 4.0. *Revista UIS Ingenierías*, 19(2), 177–191. <https://doi.org/10.18273/revuin.v19n2-2020019>

- Santos-Trigo, M., Barrera-Mora, F., & Camacho-Machín, M. (2021). Teachers' use of technology affordances to contextualize and dynamically enrich and extend mathematical problem-solving strategies. *Mathematics*, 9(8). <https://doi.org/10.3390/math9080793>
- Teo, T., Unwin, S., Scherer, R., & Gardiner, V. (2021). Initial teacher training for twenty-first century skills in the Fourth Industrial Revolution (IR 4.0): A scoping review. *Computers & Education*, 170, 104223. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2021.104223>
- The Future of Jobs Report 2020 O C T O B E R 2 0 2 0*. (2020).
- Valencia Castro, F. A., Muñoz Pino, J. N., Viteri Alcívar, Y. A., Solorzano Loo, W. C., & Zamora Moreira, E. D. (2022). The learning-oriented gamification virtual environments of Android Studio. *Minerva*, 1(Special), 42–49. <https://doi.org/10.47460/minerva.v1iSpecial.78>
- Valenzuela, P. (2020). *Aplicación del Software GeoGebra en el aprendizaje de las secciones cónicas en estudiantes de ingeniería del I ciclo en una universidad privada, Lima 2020* [Universidad César Vallejo]. <https://hdl.handle.net/20.500.12692/62920>
- Velikova, E., & Petkova, M. (2019). Analysing Students' Creativity in Integrating GeoGebra Applets in Solving Geometrical Problems. *Baltic Journal of Modern Computing*, 7(3), 419–429. <https://doi.org/10.22364/bjmc.2019.7.3.08>
- Wassie, Y. A., & Zergaw, G. A. (2019). Some of the potential affordances, challenges and limitations of using GeoGebra in mathematics education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(8). <https://doi.org/10.29333/ejmste/108436>
- Weinhandl, R., Lavicza, Z., Hohenwarter, M., & Schallert, S. (2020). Enhancing Flipped Mathematics Education by Utilising GeoGebra. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 8(1), 1. <https://doi.org/10.46328/ijemst.v8i1.832>
- Ziatdinov, R., & Valles, J. R. (2022). Synthesis of Modeling, Visualization, and Programming in GeoGebra as an Effective Approach for Teaching and Learning STEM Topics. In *Mathematics* (Vol. 10, Issue 3). MDPI. <https://doi.org/10.3390/math10030398>