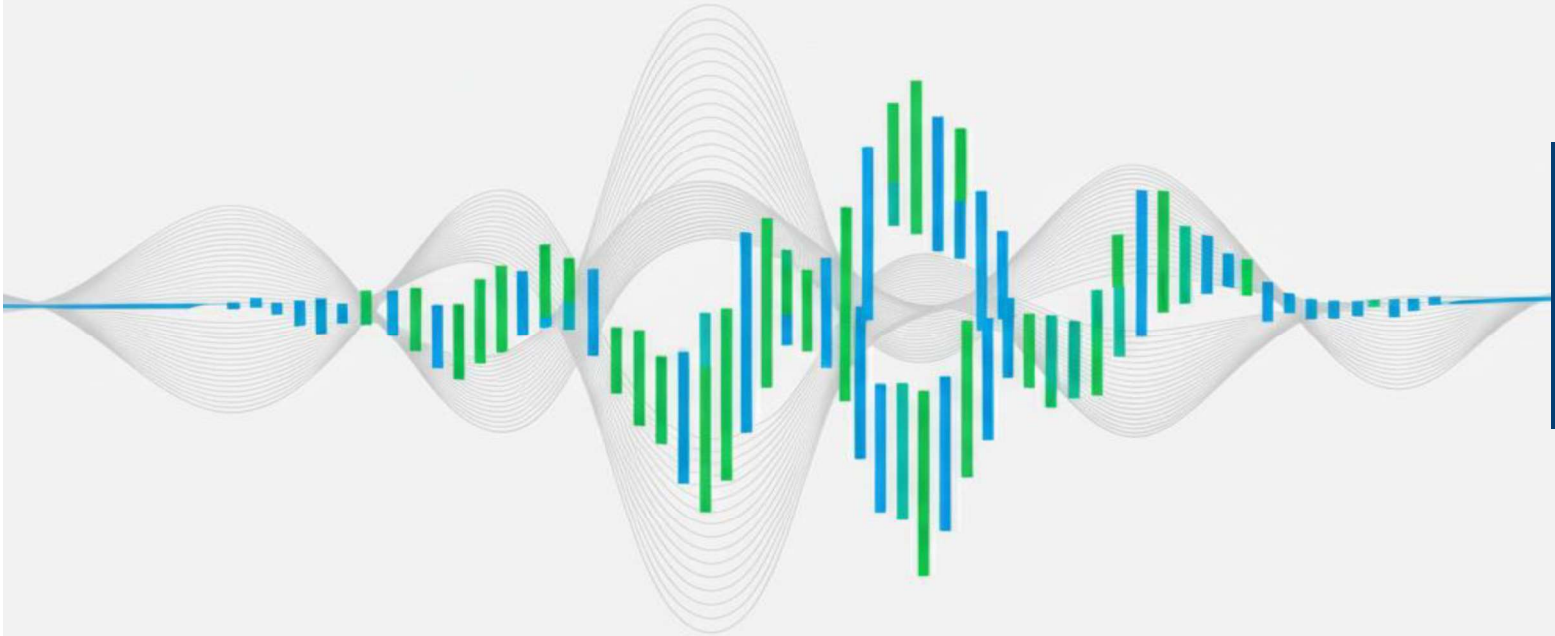
TRANSFORMADAS DE LAPLACE Y ANÁLISIS DE FOURIER: APLICACIONES EN EL FILTRADO DE SEÑALES DE CONTROL



AUTORES

Luigi Orlando Freire Martínez

Jessica Nataly Castillo Fiallos

Adrian Alejandro Benavides Andrade

Leonardo Askley Banegas Rojas

EDITORIAL ALEMA

ISBN 978-9942-7435-1-0

Primera Edición 2025
ISBN: 978-9942-7435-1-0
2023, ALEMA Casa Editora-Editorial Internacional S.A.S.D
Calle Simón Bolívar. A 200 metros del Parque Central de Jipijapa. Jipijapa, Ecuador.
https://editorialalema.org/libros/index.php/alema

Diseño y diagramación:
Mgtr. Wilter Leonel Solórzano Álava

Corrección de contenidos:
Dr. C. Omar Mar Cornelio

Diseño, montaje y producción editorial:
ALEMA Casa Editora-Editorial Internacional S.A.S.D, Ecuador

Hecho en Ecuador, Made in Ecuador

Este texto ha sido sometido a un proceso de evaluación por pares externos.

Advertencia: "Quedan todos los derechos reservados. Se prohíbe la reproducción, el registro o la transmisión parcial o total de esta obra por cualquier sistema de recuperación de información existente o por existir, sin el permiso previo por escrito del titular de los derechos correspondientes".

ISBN: 978-9942-7435-1-0
9 789942 743510

TRANSFORMADAS DE LAPLACE Y ANÁLISIS DE FOURIER: APLICACIONES EN EL FILTRADO DE SEÑALES DE CONTROL

AUTORES

Luigi Orlando Freire Martínez

Magíster en Electrónica y Automatización Mención en Redes Industriales.

Magíster en Gestión de Energías.

Ingeniero en Electromecánica.

Docente Investigador Universidad Técnica de Cotopaxi. Ecuador

Correo: luigi.freire@utc.edu.ec

ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7934-9480

Jessica Nataly Castillo Fiallos

Magíster en Matemática Mención Modelación y Docencia

Máster Universitario en Ingeniería Matemática y Computación

Magíster en Seguridad Telemática

Ingeniera en Electrónica Telecomunicaciones y Redes

Docente investigadora Universidad Técnica de Cotopaxi. Ecuador

Correo: jessica.castillo@utc.edu.ec

ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3120-7229

Adrian Alejandro Benavides Andrade

Estudiante de la carrera de Ingeniería Electromecánica

Universidad Técnica de Cotopaxi.

Sus áreas de interés incluyen automatización, sistemas eléctricos y eficiencia energética. Ha participado en actividades de formación práctica y actualmente orienta su trabajo académico hacia soluciones técnicas aplicadas a contextos rurales.

Correo: adrian.bena.and@gmail.com

ORCID: https://orcid.org/0009-0003-8967-1774

Leonardo Askley Banegas Rojas

Estudiante de Ingeniería Electromecánica

Universidad Técnica de Cotopaxi

Se interesa por el diseño de sistemas mecánicos, el análisis eléctrico y la mejora de procesos técnicos. Su formación se orienta hacia la aplicación de soluciones prácticas con enfoque sostenible e innovador.

Correo: leonardoaskley1992@gmail.com

ORCID: https://orcid.org/00009-0009-7199-0906

RESUMEN

El presente libro constituye una obra académica fundamental que desarrolla de manera integral los pilares matemáticos esenciales para la ingeniería moderna, centrándose específicamente en las herramientas analíticas que han revolucionado el análisis de sistemas dinámicos y eléctricos, mediante un enfoque metodológico que combina el rigor teórico con la aplicabilidad práctica indispensable para profesionales en ingeniería eléctrica, electrónica y de control. A través de sus capítulos estructurados, la publicación aborda exhaustivamente la Transformada de Laplace como mecanismo para convertir ecuaciones diferenciales complejas en expresiones algebraicas manejables, el análisis de ceros y polos que proporciona una perspectiva geométrica del comportamiento de sistemas dinámicos en el plano complejo y su relación directa con criterios de estabilidad, la Transformada inversa de Laplace mediante múltiples metodologías que incluyen técnicas de fracciones parciales y métodos de contorno complejo, y las series de Fourier con énfasis en el análisis espectral y descomposición armónica de señales, culminando en aplicaciones especializadas de filtrado de señales que abarcan desde el diseño de filtros analógicos y digitales hasta la implementación en sistemas de control automático, robótica, telecomunicaciones y procesamiento de señales biomédicas. La obra se distingue por su metodología pedagógica innovadora que integra desarrollo conceptual gradual, ejemplos ilustrativos extraídos de situaciones reales de ingeniería, ejercicios propuestos con dificultad graduada, herramientas computacionales para visualización y cálculo, estableciendo un equilibrio ejemplar entre profundidad matemática y relevancia industrial que la convierte en un recurso indispensable tanto para estudiantes de pregrado y posgrado como para profesionales en ejercicio que enfrentan desafíos contemporáneos en automatización industrial, sistemas aeroespaciales, y el emergente campo de la inteligencia artificial aplicada a sistemas de control, consolidándose así como una contribución sustancial al corpus de conocimiento en ingeniería matemática aplicada que facilita la comprensión y aplicación de estas herramientas fundamentales en el contexto de los retos tecnológicos actuales y futuros.

Palabras clave: ceros y polos, circuitos eléctricos, ingeniería, matemática aplicada, señales, series de Fourier, sistemas de control, transformada de Laplace, transformada inversa.

ABSTRACT

This book constitutes a fundamental academic work that comprehensively develops the essential mathematical pillars for modern engineering, focusing specifically on the analytical tools that have revolutionized the analysis of dynamic and electrical systems, through a methodological approach that combines theoretical rigor with the practical applicability indispensable for professionals in electrical engineering. electronics and control. Through its structured chapters, the publication comprehensively addresses the Laplace Transform as a mechanism for converting complex differential equations into manageable algebraic expressions, the analysis of zeros and poles that provides a geometric perspective of the behavior of dynamical systems in the complex plane and its direct relationship with stability criteria, the Inverse Laplace Transform through multiple methodologies that include fraction techniques partial and complex contour methods, and Fourier series with emphasis on spectral analysis and harmonic decomposition of signals, culminating in specialized signal filtering applications ranging from the design of analog and digital filters to implementation in automatic control systems, robotics, telecommunications, and biomedical signal processing. The work is distinguished by its innovative pedagogical methodology that integrates gradual conceptual development, illustrative examples extracted from real engineering situations, exercises proposed with graded difficulty, computational tools for visualization and calculation, establishing an exemplary balance between mathematical depth and industrial relevance that makes it an indispensable resource for both undergraduate and graduate students and practicing professionals that face contemporary challenges in industrial automation, aerospace systems, and the emerging field of artificial intelligence applied to control systems, thus consolidating itself as a substantial contribution to the corpus of knowledge in applied mathematical engineering that facilitates the understanding and application of these fundamental tools in the context of current and future technological challenges.

***Keywords**: zeros and poles, electrical circuits, engineering, applied mathematics, signals, Fourier series, control systems, Laplace transform, reverse transform.*

Índice General

Prologo 13

Introducción 14

Capítulo I.- Transformada de Laplace 15

Ejemplo 1 15

Ejemplo 2 16

Ejemplo 3 17

Ejemplo 4 18

Ejemplo 5 19

Ejemplo 6 20

Ejemplo 7 21

Ejemplo 8 23

Ejemplo 9 25

Ejemplo 10 31

Ejemplo 11 35

Ejemplo 12 37

Ejemplo 13 40

Ejemplo 14 42

Ejemplo 15 44

Ejemplo 16 45

Ejemplo 17 47

Ejemplo 18 49

Ejemplo 19 51

Ejemplo 20 53

Ejemplo 21 54

Ejemplo 22 55

Ejemplo 23 56

Ejemplo 24 59
Ejemplo 25 61
Ejemplo 26 64
Ejemplo 27 67
Ejemplo 28 70
Ejemplo 29 71
Ejemplo 30 73
Ejercicios propuestos Transformada de Laplace 75
Capítulo II.- Ceros y Polos 77
Función de transferencia 80
Estabilidad 80
Limitadamente o marginalmente estable 82
Ejemplo 1 84
Ejemplo 2 84
Ejemplo 3 88
Ejemplo 4 89
Ejemplo 5 91
Ejemplo 6 93
Ejemplo 7 94
Ejemplo 8 95
Ejemplo 9 97
Ejemplo 10 100
Ejemplo 11 103
Ejemplo 12 110
Ejemplo 13 113
Ejercicios Propuestos de Ceros y Polos 115
Capítulo III.- Transformada Inversa de Laplace 119

Ejemplo 1 119
Ejemplo 2 121
Ejemplo 3 123
Ejemplo 4 127
Ejemplo 5 131
Ejemplo 6 134
Ejemplo 7 136
Ejemplo 8 138
Ejemplo 9 142
Ejemplo 10 145
Ejemplo 11 149
Ejemplo 12 152
Ejemplo 13 155
Ejemplo 14 159
Ejemplo 15 160
Ejemplo 16 162
Ejercicios propuestos de la transformada inversa de laplace. 169
Capítulo IV.- Series de Fourier 176
Exponencial. 177
Trigonométrica 178
Condiciones que debe tener una función para obtener una serie de Fourier. 179
Funciones Periódicas. 179
Ejemplo 1 180
Ejemplo 2 183
Ejemplo 3 185
Ejemplo 4 188
Ejemplo 5 189

Ejemplo 6 192
Ejemplo 7 194
Ejemplo 8 195
Ejemplo 9 197
Ejemplo 10 199
Ejemplo 11 204
Ejemplo 12 209
Ejemplo 13 212
Ejemplo 14 219
Ejemplo 15 224
Ejemplo 16 229
Ejemplo 17 233
Ejemplo 18 237
Ejemplo 19 241
Ejemplo 20 244
Ejemplo 21 247
Ejemplo 22 249
Ejemplo 23 252
Ejemplo 24 255
Ejemplo 25 260
Ejemplo 26 264
Ejemplo 27 268
Ejemplo 28 271
Ejemplo 29 275
Ejemplo 30 277
Ejercicios propuestos series de Fourier..... 279
Capítulo V.- Aplicación del análisis de Fourier al filtrado de señales de control .. 282

Procesamiento de señales en sistemas de potencia 282
Descomposición espectral a través de Series de Fourier 282
Armónicos: origen y efectos sobre el sistema 282
Filtrado: eliminación selectiva de componentes no deseadas 282
Señales reales en sistemas de control electrónico 283
Preparación para el análisis práctico 283
Ejemplo 1 283
Ejemplo 2 289
Ejemplo 3 294
Ejemplo 4 300
Ejemplo 5 304
Ejemplo 6 309
Ejemplo 7 314
Ejercicios propuestos de Filtrado de señales 319
Bibliografía 323

Prologo

La matemática constituye el lenguaje universal de la ingeniería, y su dominio es fundamental para comprender, modelar y resolver los problemas que plantea la realidad técnica. Este libro surge como una propuesta pedagógica que busca acercar al estudiante y al profesional a los principales métodos matemáticos empleados en el análisis de sistemas dinámicos, circuitos eléctricos y procesos de control.

A lo largo de la obra, el lector encontrará un equilibrio entre la rigurosidad teórica y la aplicabilidad práctica. Cada capítulo integra ejemplos contextualizados en situaciones reales, lo que permite relacionar el aprendizaje matemático con la experiencia cotidiana en laboratorios, industrias y entornos tecnológicos.

El propósito de este texto no es únicamente transmitir fórmulas o procedimientos, sino también despertar el pensamiento crítico y la capacidad de análisis que demanda la práctica ingenieril. Se invita al lector a recorrer estas páginas con una actitud reflexiva, resolutiva y creativa, consciente de que la matemática no es un fin en sí mismo, sino una herramienta poderosa para transformar la realidad.

¡LOS AUTORES!